

I dag: Bølgefænomener generelt (afs. 16.1-7) samt noget om lydbølger (afs. 17.1-5).

## Bølger

Ved en bølge forstås udbredelsen af en forstyrrelse i et medium.

Af velkendte bølgefænomener kan nævnes vandbølger, bølger i en kornmark, bølger på en snor eller streng, lydbølger, osv.

Bemærk, at bølgemedit ikke har flyttet sig, når bølgen har passeret.

Bølgeudbredelse er således ikke et udtryk for udbredelse af bølgemedit, men et udtryk for udbredelsen af energi i bølgemedit: Når en vandbølge når den anden side af søen vil den kunne løfte en and (eller et skib) og altså udføre et arbejde.

## Mekaniske bølger og elektromagnetiske bølger

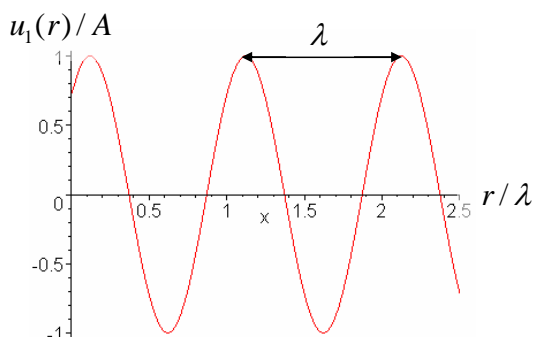
Der skelnes mellem to fundamentalt forskellige typer af bølger:

- Mekaniske bølger.
  - Udbreder sig i stof: Eks. vandbølger, korn-bølger, snorbølger og lydbølger.
  - Forekommer ved forstyrrelsen af et medium, hvis bestanddele (atomer og molekyler) påvirker hinanden med kræfter: Eks. en sten smidt i vand, et slag i bordet eller et stemmebånds vibration.
- Elektromagnetiske (EM) bølger.
  - Behøver ikke noget stofligt medium at udbrede sig i, men kan udbrede sig i det tomme rum: Eks. lys, radiobølger og mikrobølgestråling.
  - Forstyrrelsen, eller bølgebevægelsen, sker i et EM felt.

## Bølgeparametre

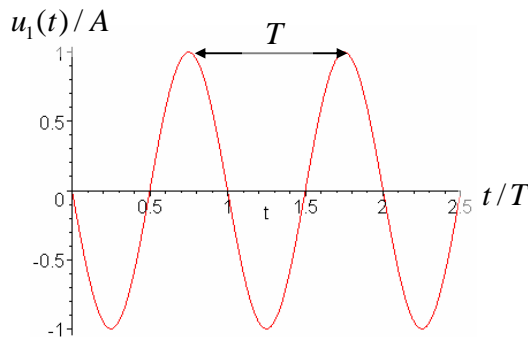
Grafisk beskrivelse af et bølgeudsving  $u$ :

Et øjebliksbillede til tiden  $t = t_0$ :



$\lambda$ : Bølgelængden,  $A$ : Amplituden.

Den tidslige udvikling i punktet  $x = 0$ :



$T$ : Perioden.

Frekvensen  $f$ ,  $[f] = s^{-1} = \text{Hz}$ , er antallet af udsving pr. sekund:

$$f = \frac{1}{T}.$$

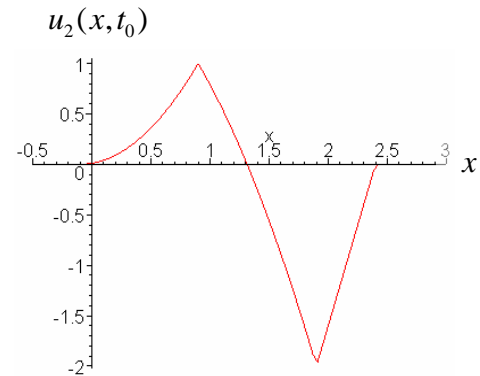
Da bølgen udbreder sig en  $\lambda$  pr.  $T$ , er dens udbredelsesfart givet ved

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f.$$

### Bølgepulser og periodiske bølger

$u_1(x, t)$  er et eksempel på en periodisk bølge, for hvilken begreber som  $\lambda$ ,  $T$  og  $f$  giver mening.

Dette er ikke tilfældet for  $u_2(x, t)$ , som er et eksempel på en bølgepuls.



### Transversale og longitudinale bølger

En bølge med den specielle egenskab, at dens udsving er enten vinkelret på eller parallelt med bølgens udbredelsesretning, kaldes hhv. en transversal og en longitudinal bølge.

En snorbølge er transversal, og en lydbølge i luft er longitudinal.

En vandbølge er hverken eller (eller begge dele), idet vandmolekylerne udfører cirkulære bevægelser [\[F1\]](#).

Når bølgen når ind på lavt vand, hindres denne cirkulære bevægelse, hvilket får bølgen til at kamme over.

Ifm. et jordskælv udsendes både transversale og longitudinale bølger, der udbreder sig med forskellig fart og dermed gør det muligt at bestemme epicentret vha. 3 seismografer.

### Bølgeligningen

En bølges udsving kan skrives på formen<sup>1</sup>

$$u(x, t) = f(x - vt).$$

Udsvinget  $u(x, t)$  befinder sig således 1 sekund senere i  $x + v$ :

$$u(x + v, t + 1) = f(x + v - vt - v) = f(x - vt) = u(x, t).$$

$v$  er således bølgens udbredeshastighed, idet  $v$ 's fortegn angiver udbredelsesretningen (for  $v > 0$  bevæger bølgen sig i  $x$ -aksens retning.).

---

<sup>1</sup> Gælder kun for såkaldt ikke-dispersive bølger, hvis udsving ikke ændres under udbredelsen.

Funktionerne med den generelle forskrift  $f(x-vt)$  er netop de funktioner, som opfylder differentialligningen

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2},$$

som derfor er kendt som bølgeligningen.

For en generel bølge i tre dimensioner fås  $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)u(x,y,z;t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u(x,y,z;t)}{\partial t^2}$ .

## Refleksion og transmission

Når en bølge møder en grænseflade mellem to medier, vil en del af bølgen blive reflekteret og den resterende del blive transmitteret.

En snorbølge, der reflekteres fra en væg, vil blive inverteret [F2], i modsætning til hvis snorens ende kan bevæge sig frit [F3].

Når en snorbølge møder overgangen mellem en tynd og en tyk snor, vil den reflekterede del tilsvarende blive inverteret, hvis overgangen sker fra en tynd til en tyk snor [F4, F5].

Udbredelsesfarten af en snorbølge er givet ved

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}},$$

hvor  $\tau$  er snorspændingen,  $[\tau] = N$ , og  $\mu$  er massefylden pr. længdeenhed,  $[\mu] = \frac{kg}{m}$ .

$v$  er således højest i den tynde snor, og reglen, om at den reflekterede bølge inverteres, hvis overgangen sker fra et medium med en højere til et medium med en lavere udbredelsesfart, gælder generelt for alle bølger (inkl. lysbølger).

## Sinusbølger

En sinusbølge har forskriften

$$u(x,t) = A \sin\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) + \varphi\right) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - \frac{\lambda}{T}t) + \varphi\right), \quad \varphi: \text{"Begyndelsesfasen"}, \\ = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \varphi\right),$$

og er således på formen  $f(x-vt)$ , idet  $f(x) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi\right)$ .

Indføres bølgetallet

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

og vinkelfrekvensen

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{T} = kv$$

fås

$$u(x,t) = A \sin(kx \mp \omega t + \varphi), \quad *$$

hvor  $kx - \omega t + \phi$  angiver, at bølgen udbreder sig i den positive  $x$ -aksens retning, og  $kx + \omega t + \phi$  angiver, at bølgen udbreder sig i den negative  $x$ -aksens retning.

Man kunne ligeså vel anvende  $\cos$ , idet dette blot svarer til at skifte fasen en kvart omgang:

$$\sin(kx - \omega t + \phi) = \cos(kx - \omega t + \phi - \frac{\pi}{2}) = \cos(kx - \omega t + \phi).$$

En sinusbølge kaldes også en harmonisk bølge, fordi partikler (eks. et stykke af en snor), hvis bevægelse følger \*, siges at udføre en simpel harmonisk bevægelse.

### Fase

$(kx - \omega t + \phi)$ , som angiver hvor langt bølgen er nået i sit udsving, kaldes bølgens fase.

Som vi skal se næste gang, er sinusbølger et meget vigtigt redskab til beskrivelsen af mere komplicerede bølger.

## Lydbølger

En lydbølge er kendetegnet ved, at forstyrrelsen sker i form af ændringer i et mediums tryk og massetæthed.

Lydbølger kan således skabes, ved at vibrationer i et stemmebånd, en guitarstreng eller et trommeskind overføres til luftens molekyler, eller ved at smække med bildøren eller slå i bordet.

Lydbølger i gasser (eks. luft) og væsker er longitudinale, hvorimod lydbølger i faste stoffer indeholder både longitudinale og transversale bestanddele pga. de stærke kræfter mellem faste stoffers atomer og molekyler.

Lydbølger inddeles efter frekvens i 3 kategorier:

- Hørlige lydbølger ( $20\text{Hz} - 20\text{kHz}$ ), som kan opfanges af det menneskelige øre.
- Infralyd ( $< 20\text{Hz}$ ).
  - Bruges bla. af elefanter til kommunikation over lange afstande.
  - Visse mennesker føler sig angiveligt generet af infralyd (lavfrekvent støj), eks. frembragt af trafik eller maskiner. Dette kunne tyde på, at mennesker godt kan opfatte infralyd, selvom vi ikke kan høre den med ørerne.
- Ultralyd ( $> 20\text{kHz}$ ).
  - Bruges bla. i hundefløjter, til ultralydsscanninger af eks. fostre, hvor de reflekterede lydbølger bruges til billeddannelse, og i form af sonar af eks. flagermus, delfiner og skibe til orientering og jagt vha. ekkolokalisering.

## Lydens fart

Lydens fart er givet ved

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}, \quad B \equiv -\frac{\Delta P}{\Delta V/V_i},$$

hvor  $\rho$ ,  $[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , er massefylden, og det såkaldte bulk modulus  $B$ ,  $[B] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ , angiver, hvor svært det er at sammenpresse det pågældende medium.

Bemærk ligheden med udtrykket  $v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}$  for en snorbølge.  $B$  og  $\tau$  er begge udtryk for elastiske egenskaber, og  $\rho$  og  $\mu$  angiver begge massefylden.

Da væskers mindre sammenpresselighed ift. gasser overgår deres større massefylde, er lydens fart eks. større i vand ( $1482 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ved  $20^\circ \text{C}$ ) end i luft ( $343 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ved  $20^\circ \text{C}$ ).

I et fast stof som træ er  $v = 4100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ved  $20^\circ \text{C}$ .

Da både  $B$  og  $\rho$  afhænger af temperaturen  $T$ , gør lydens fart det også.

For luft er sammenhængen  $v(T_C) = 331 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sqrt{1 + \frac{T_C}{273^\circ \text{C}}}$ ,  $[T_C] = ^\circ \text{C}$ .

Et lynnedslag fører til en meget kraftig opvarmning af en luftsøjle, og den efterfølgende udvidelse af luften skaber en lydbølge i form af et tordenskrald.

Afstanden i km til et lynnedslag findes ved at dele antallet af sekunder mellem lysglintet, som i praksis når øjet øjeblikkeligt, og tordenskraldet med 3.

<PAUSE>

## dB-skalaen

En bølges intensitet  $I$ ,  $[I] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$  er defineret som effekten  $P$ ,  $[P] = W = \frac{\text{J}}{\text{s}}$  afsat pr. areal  $A$ ,  $[A] = \text{m}^2$  i et tværsnit vinkelret på udbredelsesretningen:

$$I = \frac{P}{A}.$$

Da de lydintensiteter, som det menneskelige øre kan opfange, varierer med over 12 størrelsesordener (en faktor  $10^{12}$ !), er det praktisk at indføre en logaritmisk skala for lydniveauer:

$$\beta = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}, \quad [\beta] = \text{dB},^2$$

hvor referenceintensiteten  $I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$  er gennemsnitmenneskets nedre høregrense.

En forskel på  $1 \text{Bel} = 10 \text{dB}$  svarer således til en faktor 10 i lydintensitet:

---

<sup>2</sup> "deci-Bel" = 0,1Bel.

$$\beta_2 = \beta_1 + 10 \Rightarrow 10 \log_{10} \frac{I_2}{I_0} = 10 \log_{10} \frac{I_1}{I_0} + 10 \Rightarrow \log_{10} \frac{I_2}{I_0} = \log_{10} \frac{I_1}{I_0} + 1 \Rightarrow \frac{I_2}{I_0} = 10^{\log_{10} \frac{I_1}{I_0} + 1} = \frac{I_1}{I_0} \cdot 10 \Rightarrow I_2 = 10I_1.$$

Høregrænsen  $I_0$  svarer således til  $\beta = 10 \log_{10} \left( \frac{I_0}{I_0} \right) = 10 \log_{10} (1) = 0 \text{ dB}$ , og smertegrænsen  $I = 1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$  svarer til  $\beta = 10 \log_{10} \left( \frac{1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}{10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} \right) = 10 \log_{10} (10^{12}) = 120 \text{ dB}$ .

## Kuglebølger

En bølge, hvis energiudbredelse er den samme i alle retninger, kaldes en kuglebølge.

I en afstand  $r$  fra kilden afsættes kuglebølgens effekt i en kugleoverflade med areal  $A = 4\pi r^2$ .

Hvis bølgekildens effekt  $P$  er konstant i tid, er intensiteten dermed

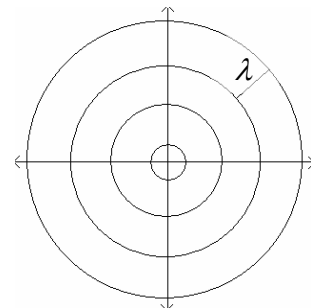
$$I(r) = \frac{P}{4\pi r^2}.$$

Dette betyder, at  $u_{\max}(r) \propto \frac{1}{r}$ , og dermed at en harmonisk kuglebølge har forskriften

$$u(x, y, z; t) = u(r, t) = \frac{u_0}{r} \sin(kr - \omega t + \varphi), \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

En ofte anvendt grafisk fremstilling af en periodisk bølge fås ved at tegne bølgefronterne, som er kurver gennem punkter, hvori bølgen har samme fase (eks. bølgetop eller bølgedal)<sup>3</sup>.

Bølgens lokale udbredelsesretning er vinkelret på disse bølgefronter, hvilket angives ved at tegne pile kaldet strålegange.



## Plane bølger

En bølge med plane bølgefronter kaldes en plan bølge [F7].

En harmonisk plan bølge, som udbreder sig efter  $x$ -aksen, har samme forskrift som en harmonisk bølge i én dimension:

$$u(x, y, z; t) = u(x, t) = u_{\max} \sin(kx - \omega t + \varphi).$$

<sup>3</sup> På samme måde som højdekurver går igennem punkter med samme højde over havets overflade, eller som isobarer går gennem punkter med samme tryk.

Bemærk i øvrigt, at jo længere en kuglebølge har udbredt sig fra kilden, jo mere minder den om en plan bølge<sup>4</sup> [F8].

## Dopplereffekten

Frekvensen af bølger, der rammer et skibsskrog, vil øges i takt med skibets fart mod bølgerne.

At en bølges frekvens, periode og bølgelængde afhænger af observatørens relative fart i forhold til bølgekildens, er kendt som Dopplereffekten.

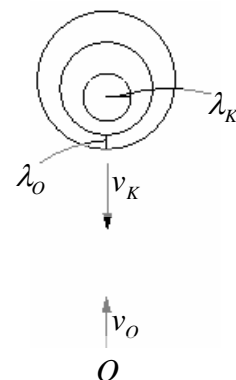
Det er således Dopplereffekten, som forklarer frekvensskiftet af en passerende ambulance.

Betragt en lydkilde  $K$  og en observatør  $O$ , som bevæger sig mod hinanden med farter på hhv.  $v_K$  og  $v_O$  målt ift. luftens (bølgemediets) fart<sup>5</sup>.

Observatøren oplever bølgelængden  $\lambda_O$  givet ved

$$\lambda_O = \lambda_K - v_K T_K,$$

hvor  $T_K$  er perioden oplevet af kilden [F9].



For lydens fart  $v_l$  er frekvensen oplevet af observatøren

$$f_O = \frac{v_l + v_O}{\lambda_O} = \frac{v_l + v_O}{\lambda_K - v_K T_K} = \frac{v_l + v_O}{\frac{v_l - v_K}{f_K} - \frac{v_K}{f_K}} = \left( \frac{v_l + v_O}{v_l - v_K} \right) f_K.$$

Hvis observatøren i stedet bevæger sig væk fra kilden, ændres  $+v_O$  til  $-v_O$ , og tilsvarende ændres  $-v_K$  til  $+v_K$ , hvis kilden bevæger sig væk fra observatøren.

Det generelle udtryk bliver derfor

$$f_O = \left( \frac{v_l \pm v_O}{v_l \mp v_K} \right) f_K.$$

Bemærk, at frekvensen oplevet af observatøren hhv. stiger og falder, hvis observatør og kilde hhv. nærmer sig og fjerner sig fra hinanden.

Dopplereffekten er fælles for alle bølgefænomener, herunder elektromagnetiske bølger.

<sup>4</sup> På samme måde som havets overflade opleves som plan, selvom den følger jordens kugleform.

<sup>5</sup> I vindstille vejr måles  $v_K$  og  $v_O$  således i forhold til jorden.

Politiets fartmålere bestemmer således farten af et køretøj ud fra Dopplerforskydningen af reflekterede radarbølger, idet køretøjet her fungerer som kilde for de reflekterede radarbølger.

Øget frekvens svarer til en kortere bølgelængde og omvendt, så for lys taler man om blå- og rødforskydning, når kilde og observatør hhv. nærmer sig og fjerner sig fra hinanden.

Rødforskydningen af lyset fra fjerne stjerner og galakser var således i tiden efter 2. verdenskrig med til at bekræfte Big Bang-teoriens forudsigelse om et univers, der udvider sig.

## Lydmuren

Hvis en lydkilde bevæger sig med lydens fart ( $v_k = v_l$ ), bliver  $f_o$  uendelig stor, svarende til at lydkilden har indhentet sine bølgefronter.

Denne ophobning af bølgefronter fører til det velkendte brag, når eks. et jagerfly gennembryder lydmuren.

Når en bølgekilde bevæger sig hurtigere end de bølger, den producerer, dannes en kegleformet chokbølge [F10].

Bovbølgerne fra en båd, der sejler hurtigere end vandbølgerne (ca.  $2 \frac{m}{s} \approx 7 \frac{km}{t}$ ), er et eksempel på en sådan chokbølge [F11].

Næste gang: Interferensfænomener (afs. 18.1-4, 18.8) og lysbølger (afs. 35.3-5, 35.7).

**Opgaver:** 16) 10, 24, 32, 34.  
17) 1, 2, 6, 18a, 33a.