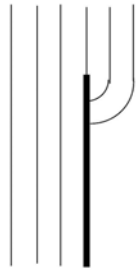
Kvantiseringsbegrebet

I 1670'erne fremsatte Sir Isaac Newton en teori for lys, hvori han beskrev lys som en byge af partikler.

I 1678 fremsatte hollænderen Christiaan Huygens en konkurrerende bølgeteori for lys, men denne blev afvist af samtiden; dels pga. Newtons høje status og dels fordi lys i form af bølger skulle gøre det muligt at se om hjørner.



På trods af udtalte problemer med at forklare eks. delvis refleksion[1] var Newtons partikelteori stort set uantastet helt frem til 1873, hvor James Clerk Maxwell påviste, at lys er en elektromagnetisk (EM) bølge.

Med udgangspunkt i denne nye viden om EM stråling gav man sig i slutningen af 1800-tallet i kast med at forklare en række hidtil uforklarlige fænomener. Et af disse fænomener var "sortlegemestråling".

Sortlegemestråling

Sortlegemestråling er en speciel form for "varmestråling"/"termisk stråling", der er den temperaturafhængige EM stråling, som alle legemer udsender:

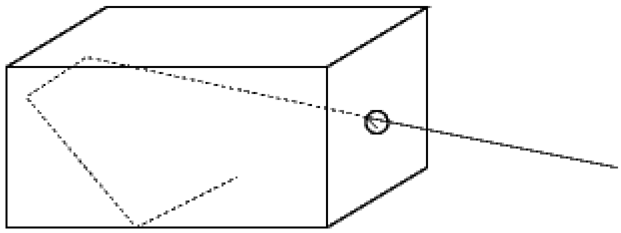
- Mennesker: Infrarød stråling Længere bølgelængder end synligt lys.
- Glødende kul: Rødligt lys Langbølget synligt lys.
- Glødepærer: Hvidt lys. Hele det synlige spektrum.
- Svejseflammer: Blåligt lys. Kortbølget synligt lys.

Så jo større temperatur T, jo lavere bølgelængde λ.

[1] Hvordan 'vælger' den enkelte lyspartikel, om den skal reflekteres eller transmitteres ved mødet med eks. en vinduesrude?!

Et legemes varmestråling afhænger ikke kun af dets *T*, men også af hvilke materialer, det består af, dets udformning, osv.
Et ”sortlegeme” er et legeme, hvis varmestråling har den meget pæne egenskab, at den udelukkende afhænger af *T*.

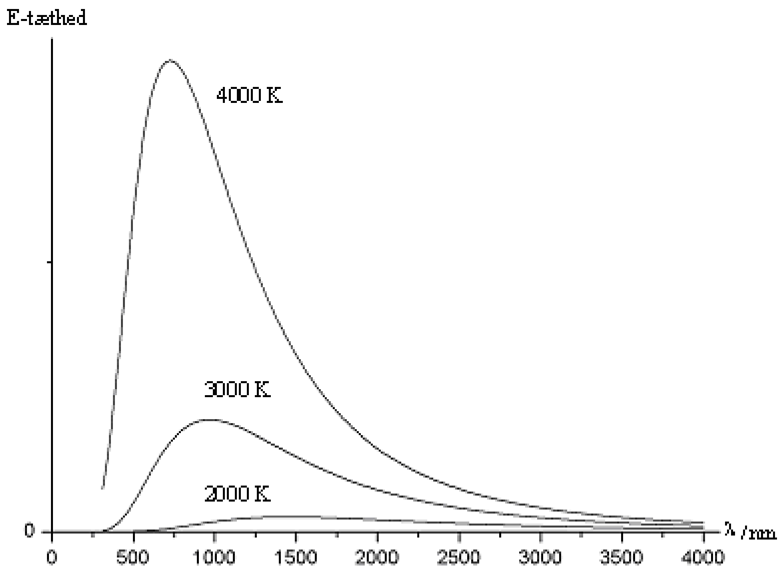
Hvis man laver et lille hul i en ellers lukket metalkasse (en ”kavitet”), vil al den EM stråling, som rammer hullet, blive absorberet (af kassens vægge), og hullet kaldes derfor et sortlegeme.



Kassens vægge vil udsende varmestråling, og en repræsentativ del af denne varmestråling vil blive udsendt af hullet i form af sortlegemestråling, der kun afhænger af kassens *T*.

Når man måler et sådant sortlegemespektrum, fås kurver som de her viste, hvoraf forskydningen mod lavere λ for øget *T* fremgår.

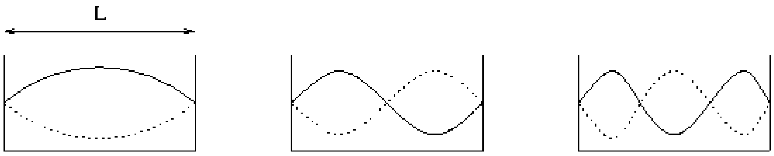
Men hvordan forudsiger/beregner man sådanne spektre?



I henhold til Maxwells ligninger består strålingen inde i kassen af transversale EM bølger, og da de frie elektroner i kassens metalvægge som bekendt vil udligne ethvert *E*-felt, vil der være knudepunkt ved kassens vægge, og de EM bølger vil således tage form af ”stående bølger”.

Da kassens længde således svarer til et helt antal halve λ:

$$L = n\frac{\lambda}{2}\ ,\ \ n \in \mathbb{N}\ , \qquad (1.1)$$



$\lambda = 2L$ $\qquad$ $\lambda = L$ $\qquad$ $\lambda = \frac{2}{3}L$

er de tilladte ”svingnings-tilstande” (”modes”) kendetegnet ved

$$\lambda = \frac{2L}{n}\ ,\ \ n \in \mathbb{N}\ . \qquad (1.2)$$

For at beregne et sortlegemespektrum skal man vide, hvor meget energi (hvor stor amplitude), der knytter sig til de forskellige svingningstilstande.

Pga. den kontinuerlige absorption og emission i kassen udveksles hele tiden energi mellem de forskellige svingningstilstande, og sandsynligheden for at en svingningstilstand til et givet tidspunkt er kendetegnet ved en energi $E \in \left[E; E+dE\right]$ er givet ved ”Boltzmann-fordelingen”:

$$P(E)dE = \frac{1}{k_B T} e^{-\frac{E}{k_B T}} dE\ , \qquad (1.3)$$

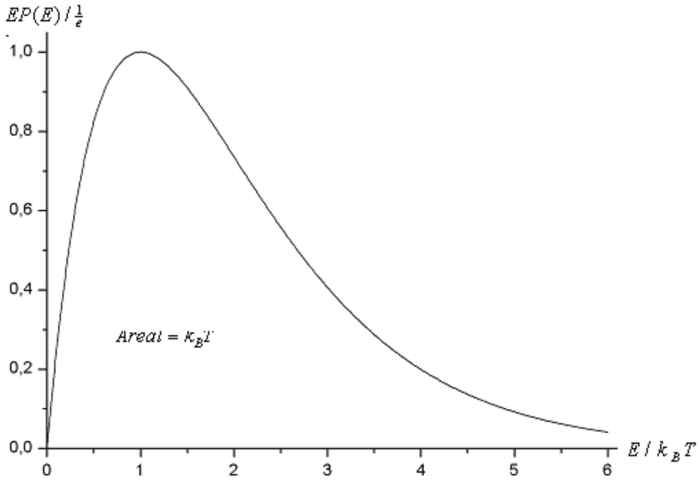
hvor $k_B = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\frac{J}{K}$ er Boltzmanns konstant.

Sandsynligheden aftager således eksponentielt med *E*, idet det er usandsynligt, at en stor del af den samlede energi er samlet i en enkelt svingningstilstand. Sandsynligheden aftager langsommere, jo større *T* er, idet der i så fald er mere energi at gøre godt med.

Ifølge opg. A er en svingningstilstand i gennemsnit kendetegnet ved energien

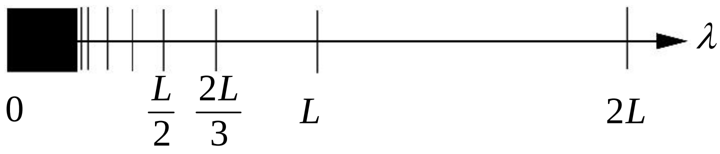
$$\begin{aligned}\langle E\rangle &= \int_0^\infty E\ P(E)dE \\ &= k_B T,\end{aligned} \tag{1.4}$$

svarende til arealet under kurven $E\ P(E)$.



Alle svingningstilstande er således kendetegnet ved den samme energi (”energiens ligefordelingslov”).

Men dette betyder ikke, at spektret ikke afhænger af λ, for de forskellige svingningstilstande er langtfra jævnt fordelt på λ-skalaen.



Faktisk vokser tætheden af svingningstilstande kraftigt for aftagende λ, og det kan vises, at antallet af svingningstilstande $\lambda \in [\lambda; \lambda + d\lambda]$ er givet ved

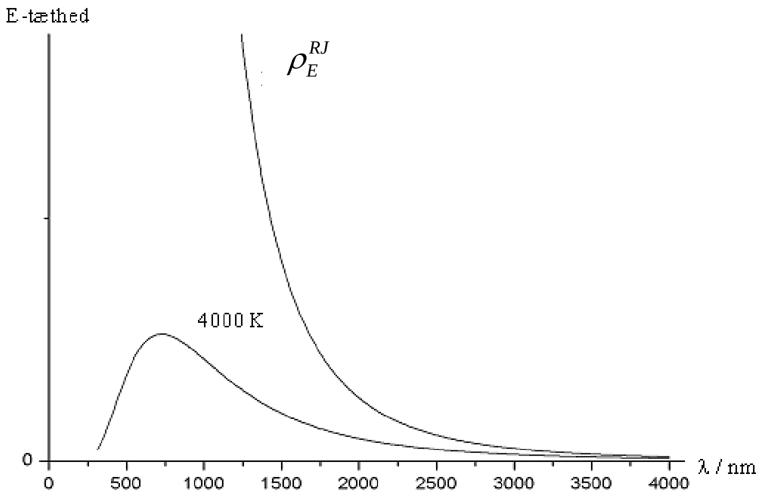
$$N(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi V}{\lambda^4} d\lambda, \tag{1.5}$$

hvor V er rumfanget af kassen.

På baggrund af udtryk (1.4) og (1.5) nåede Rayleigh og Jeans frem til flg. spektrum (energitæthed) for sortlegemestråling:

$$\begin{aligned}\rho_E^{RJ}(\lambda)d\lambda &= N(\lambda)d\lambda \frac{\langle E\rangle}{V} \\ &= \frac{8\pi}{\lambda^4} k_B T\ d\lambda.\end{aligned} \tag{1.6}$$

Problemet var bare, at Rayleigh-Jeans-spektret kun var i overensstemmelse med de målte spektre for store λ.
For små λ gik energitætheden endda mod uendelig ("den ultraviolette katastrofe"), hvilket åbenlyst var i modstrid med virkeligheden[2].



Så noget var helt galt med modellen…

Den fysiker, der i 1900 løste problemet, var en tysker ved navn Max Planck, og løsningen var "kvantisering".

Udtryk (1.4) er nemlig baseret på den for datiden nærmest indlysende antagelse, at E kunne antage alle værdier (var "kontinuert"), svarende til at de forskellige svingningstilstande kan svinge med en hvilken som helst amplitude.

Planck ræsonnerede, at for at undgå den ultraviolette katastrofe og samtidig bevare overensstemmelsen for store λ, måtte $\langle E \rangle$ afhænge af λ, på en sådan måde at

$$\begin{gathered} \lim_{\lambda \to 0} \langle E \rangle = 0 \, , \ \lim_{\lambda \to \infty} \langle E \rangle = k_B T \\ \Updownarrow \\ \lim_{\nu \to \infty} \langle E \rangle = 0 \, , \ \lim_{\nu \to 0} \langle E \rangle = k_B T \end{gathered} \quad , \qquad (1.7)$$

idet λ og ν er omvendt proportionale.

---

[2] Energien $E = V \int_0^\infty \rho_E(\lambda)\, d\lambda$ indeholdt i kassen skulle således være uendelig stor.

Planck præsenterede derfor den for datiden nærmest kætterske tanke, at energien indeholdt i en svingningstilstand kun kunne antage nogle ganske bestemte energier (var ”kvantiseret”).

Nærmere bestemt foreslog Planck, at energien kun kunne eksistere i heltallige portioner (”kvanter”[3]):

$$E \in \{0, \Delta E, 2\Delta E, \dots\} \quad \Leftrightarrow \quad E_n = n\,\Delta E \;\; , \;\; n \in \mathbb{N}_0 . \tag{1.8}$$

Med denne kvantisering bliver integralet i udtryk (1.4) erstattet af en venstresum:

$$\begin{aligned}\langle E \rangle &= \sum_{n=0}^{\infty} E_n\, P(E_n) \Delta E \\ &= \begin{cases} k_B T & \text{for} \quad \Delta E \to 0 \\ 0 & \text{for} \quad \Delta E \to \infty \end{cases},\end{aligned} \tag{1.9}$$

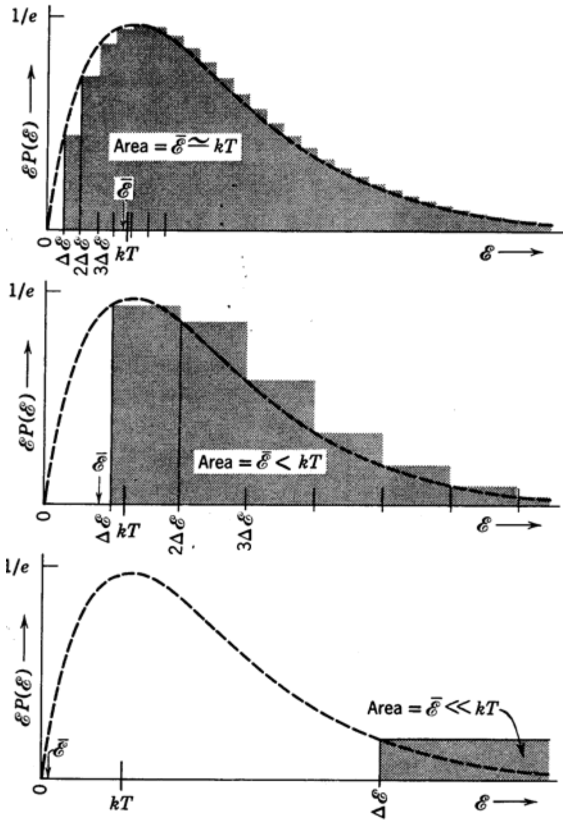
der ses at overholde udtryk (1.7) for $\Delta E \propto \nu$, svarende til

$$\Delta E = h\nu \,, \tag{1.10}$$

for en eller anden konstant *h*.

Som det vises i en ekstraopgave, fås ved indsættelse af udtryk (1.10) i udtryk (1.9)

$$\langle E \rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu / k_B T} - 1} , \tag{1.11}$$



svarende til flg. teoretiske spektrum:

$$\rho_E^P(\nu)\,d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu / k_B T} - 1} d\nu \,, \tag{1.12}$$

[3] *Quantum* er det latinske ord for mængde eller portion.

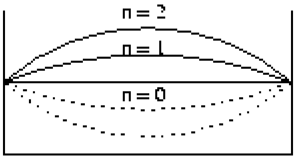
hvis overensstemmelse med de eksperimentelle spektre var lige i øjet for ”Plancks konstant”

$$h \doteq 6{,}63 \cdot 10^{-34}\, Js\,!$$

Så Planck fandt altså overensstemmelse med de eksperimentelle spektre, hvis energien af de EM svingningstilstande inde i kassen var kvantiseret, på en sådan måde at energien af svingningstilstanden kendetegnet ved frekvensen ν er givet ved

$$\boxed{E_n = nh\nu}\,,\quad n \in \mathbb{N}_0\,, \tag{1.13}$$

hvilket svarer til, at svingningstilstandene kun kan have bestemte amplituder.



Afværgelsen af ’den ultraviolette katastrofe’ er således baseret på flg.:
Svingningstilstandene ligger tættere og tættere, jo større ν (mindre λ) de har. Da kassen åbenlyst ikke kan indeholde uendelig meget energi, må svingningstilstandene altså bidrage mindre til energiregnskabet, jo større deres ν er.
Forklaringen herpå er, at for svingningstilstande med stor ν er den laveste energi forskellig fra nul $E_1 = h\nu$ så stor, at den pågældende svingningstilstand med overvejende sandsynlighed ikke er ”anslået” (”exciteret”), men i sin grundtilstand $E_0 = 0$, hvor den ikke bidrager til energiregnskabet.

Indførelsen af kvantiseringsbegrebet blev startskuddet til intet mindre end en revolution (”paradigmeskift”) inden for fysikken, idet det førte til kvantemekanikkens fremkomst på bekostning af ”den klassiske fysik”, og Planck fik da også i 1918 en nobelpris for sin opdagelse af energiens kvantisering.

Såvel stående bølger som bølger i almindelighed optræder som bekendt i vores dagligdag, så et naturligt spørgsmål i denne forbindelse er, om energiens kvantisering er relevant for vores beskrivelse af dagligdagsfænomener.

For en guitarstreng med $f = 330Hz$ vil energispringene være

$$\Delta E = hf \doteq 2,2 \cdot 10^{-31} J \doteq 1 peV ,$$

hvilket i praksis er det samme som nul.
Så for dagligdagens mekaniske bølger er frekvensen så relativt lille, at *h*'s lidenhed gør kvantiseringen ubetydelig.
Men for EM stråling og for naturens mindste byggesten har kvantiseringen, som vi skal se, afgørende betydning.

Bemærk, at kvantiseringen står og falder med $h \neq 0$.
Der gælder således generelt inden for kvantemekanikken, at de klassiske ikke-kvantiserede resultater opnås i grænsen $h \to 0$.
Så Plancks bedrift var i en eller anden forstand at bringe menneskeheden ud af den vildfarelse, at $h = 0$, når den nu er hele $h \doteq 6,63 \cdot 10^{-34} Js$ …

Partikel-bølge-dualiteten

Til at begynde med havde Plancks opdagelse ikke vidtrækkende konsekvenser udover selve beskrivelsen af sortlegemespektre, idet energikvantiseringen blev tilskrevet tilstedeværelsen af kaviteten.

Men 5 år efter Plancks opdagelse, i 1905, påviste Albert Einstein gennem sin beskrivelse af fotoelektrisk effekt[4], at denne kvantisering var en generel egenskab ved det EM felt.

Denne erkendelse var ganske revolutionerende[5], da ideen om at lysets energi kommer i udelelige portioner unægtelig fører tankerne tilbage til Newtons partikelteori[6] snarere end til Maxwells bølgeteori!

Problemet var bare, at Maxwells teori var endog meget velunderbygget, og desuden var der en lang række fænomener, f.eks. diffraktion og interferens[7], der kun kunne forklares ud fra en bølgemodel.

Situationen i starten af forrige århundrede var således, at man for at forklare de forskellige fænomener, hvor lys indgik, var nødt til at operere med to intuitivt set modstridende modeller: En partikelmodel til at beskrive f.eks. sortlegemestråling og fotoelektrisk effekt, og en bølgemodel til at beskrive f.eks. diffraktion og interferens.

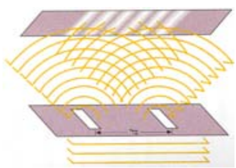
---

[4] Den fotoelektriske effekt er løsrivelse af elektroner fra en metaloverflade, og indtil 1905 havde ingen været i stand til at forklare, hvorfor intenst, lavfrekvent lys ikke kan løsrive elektroner, men at svagt, højfrekvent lys godt kan.
Einstein forklarede fænomenet med, at intenst, lavfrekvent lys består af mange fotoner, som hver især har en energi $E = h\nu$, der ikke er stor nok til at løsrive en elektron, hvorimod det i svagt, højfrekvent lys forholder sig omvendt.

[5] Einstein fik en nobelpris herfor i 1921.

[6] Med Newtons såkaldte ”korpuskler” erstattet med den moderne betegnelse ”fotoner”, der kommer af *photos*, det græske ord for lys.

[7] F.eks. Thomas Youngs berømte dobbeltspalteforsøg tilbage fra 1801.



Denne tvetydighed var selvsagt utilfredsstillende, og man måtte derfor på jagt efter en forenende teori, og selv om det set i bakspejlet måske næsten kan virke oplagt, skulle der gå 18 år, inden franskmanden Louis de Broglie i 1923 fremsatte sit postulat om at alt, både lys og stof, har en ”partikel-bølge-dual” natur.

Da en fotons bevægelsesmængde er

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu}{\lambda\nu},$$

fås flg. ”de Broglie-relation” mellem partikelegenskaben p og bølgeegenskaben λ:

$$\boxed{p = \frac{h}{\lambda}.} \tag{1.14}$$

Udtryk (1.14) gælder både stråling (fotoner) og stof (elektroner, protoner, neutroner, atomer, molekyler, osv.) og udtrykker dermed den ”partikel-bølge-dualitet”, som kendetegner alt her i universet.

I 1923 var de Broglies postulat rent spekulativt, men 3 år efter opdagede Davisson og Germer ved et tilfælde, at elektroner sendt mod et atomart gitter danner et diffraktionsmønster, og denne demonstration af elektrondiffraktion[8] påviste ikke bare bølgeegenskaber hos elektroner og dermed partikel-bølge-dualiteten rent kvalitativt, men ud fra diffraktionsmønstret var det muligt at eftervise udtryk (1.14)[9], som i dag er eftervist for molekyler op til og med C_{60} (”bucky ball”)[10].

---

[8] Elektrondiffraktion kan påvises ved at sende elektroner gennem et grafitgitter, hvilket fører til et ringformet diffraktionsmønster.
[9] de Broglie fik på baggrund af partikel-bølge-dualiteten nobelprisen i 1929.
[10] Jo større masse, jo større p, jo mindre λ, jo mindre diffraktionsvinkel jo sværere er det at skabe et brugbart diffraktionsmønster.
Dette forklarer således, hvorfor makroskopiske partikler ikke udviser bølgeegenskaber, idet de har $\lambda \approx 0$.

Så EM 'bølger' har også partikelegenskaber, og de 'partikler', som udgør al stof, har også bølgeegenskaber, så fundamentalt set findes hverken bølger eller partikler, idet altings fundamentale natur er begge dele, eller faktisk snarere noget helt tredje, nemlig en partikel-bølge-dualitet.

Grunden til, at det tog menneskeheden så forholdsvis lang tid at nå til den erkendelse må tilskrives, at vi menneskers forståelse er baseret på det, vi kan sanse.
Vi forstår derfor, hvad er partikel er, fordi vi har sanset et sandkorn eller en lille sten, og vi forstår, hvad en bølge er, fordi vi har sanset en vandbølge, men vi har aldrig sanset en partikel-bølge-dualitet, og dermed har vi ikke en intuitiv forståelse af, hvad det er.
Vi søger derfor helt naturligt at passe naturen ind i enten partikel- eller bølgekategorien. Men verden er ikke skabt for os menneskers skyld og dermed heller ikke skabt på en sådan måde, at vi mennesker skal kunne forstå den.
I stedet er universets fundamentale natur noget, som vi mennesker i bund og grund ikke kan forstå, men det bliver verden nu ikke mindre fascinerende af - tværtimod!
Og den teori som bla. forener partikel- og bølgebilledet og på smukkeste vis beskriver alle de fænomener, der har været nævnt her, det er kvantemekanikken ☺

Bohrs model for brintatomet

I starten af 1900-tallet var beskrivelsen af atomer baseret på ”planetmodellen”, ifølge hvilken elektronerne kredsede om atomkernen i kraft af den indbyrdes Coulombtiltrækning, analogt til planeternes baner omkring solen.

Problemet var bare, at accelererede ladninger ifølge Maxwell udsender EM energi[11], og elektronen burde derfor miste kinetisk energi og dermed højde og til sidst få atomet til at kollapse i løbet af rundt regnet $10^{-12}s$ …

Dertil kommer, at planetmodellen ikke kunne forklare forekomsten af spektrallinier.

Inspireret af kvantiseringsbegrebet fik denne problemstilling i 1913 Niels Bohr til at fremsætte sin teori for brintatomet:

– Elektronen bevæger sig ganske vist i cirkulære, planetagtige baner, men
– elektronen kan kun befinde sig i en bane, der opfylder flg. kvantiseringsbetingelse for bevægelsesmængdemomentet $L = Rm_e v$:[12]

$$L_n = n\hbar \quad , \quad n \in \mathbb{N} \, , \tag{1.15}$$

hvor m_e, v og R er hhv. elektronens masse, fart og afstand ind til kernen, og hvor $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ er den reducerede Plancks konstant.

Når L er kvantiseret, er energien det også med tilladte E-niveauer givet ved

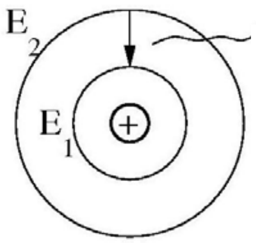
$$E_n = \frac{-13{,}6eV}{n^2} \, . \tag{1.16}$$

[11] En ladning i bevægelse skaber et E-felt og et B-felt. En accelereret ladning skaber et dynamisk B-felt, der inducerer et dynamisk E-felt, der igen inducerer et B-felt osv., så en accelereret ladning skaber en EM bølge, der er et udtryk for EM energi.

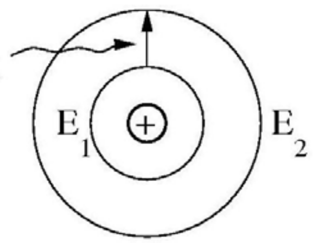
[12] Bemærk, hvordan kvantiseringen igen står og falder med $h \neq 0$.

– Når elektronen bevæger sig i en af de ovennævnte baner, udsender den (af en eller anden grund) ikke EM stråling, og dermed kollapser atomet ikke.

Stråling (fotoner) udsendes og absorberes derimod kun, i forbindelse med at elektronen skifter bane og dermed energiniveau:



$$h\nu = E_2 - E_1 \qquad\qquad h\nu = E_2 - E_1$$



Pga. kvantiseringen af elektronens energi, er det således kun fotoner med bestemte ν, λ, der vekselvirker med atomet, hvilket forklarer de ovennævnte spektrallinier.

Bohrs atommodel tog i sagens natur ikke højde for elektronernes bølgeegenskaber, idet disse først blev postuleret af de Broglie 10 år senere.

Selvom Bohrs atommodel derfor relativt hurtigt blev forældet, var dens indførelse af kvantiseringsbegrebet for atomare elektroners energi ikke desto mindre et 'kvantespring' i den rigtige retning, hvorfor Bohr da også blev tildelt nobelprisen herfor i 1922.

Uforudsigelighedsprincippet

En partikel er pr. definition et legeme uden udstrækning, hvis bevægelse, udtrykt ved $\vec{r}(t)$, derfor i princippet kan bestemmes entydigt ud fra $\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a}$ samt $\vec{r}(t_0)$ og $\vec{v}(t_0)$.

Udstrakte legemers translatoriske og rotatoriske bevægelser kan tilsvarende bestemmes ud fra $\vec{F}_{\text{res}} = M\vec{a}_{\text{CM}}$ og $\vec{\tau}_{\text{tot}} = I\vec{\alpha}$.

Således er det, i hvert fald i princippet, muligt at forudsige et legemes bevægelse, hvis man kender det kraftfelt, det bevæger sig i.

Men ovenstående gælder jo kun i det klassiske billede, for kvantemekanisk eksisterer der jo ingen partikler, og hvordan er det lige, man bestemmer $\vec{r}(t)$ for en bølge…?

Inden for KM må man således opgive den klassiske forudsigelighed ("determinisme"), der ligger i at kunne fremskrive et legemes position.

I 1927 formulerede Werner Heisenberg[13] den såkaldte usikkerhedsrelation:

$$\boxed{\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2},} \tag{1.17}$$

hvor $\Delta x = \sqrt{\left\langle \left(x - \langle x \rangle \right)^2 \right\rangle}$ er spredningen på den stokastiske variabel *x*.

[13] Nobelpris 1932 for sit bidrag til kvantemekanikken.

Bemærk, at

- $\Delta x > 0$ svarer til, at man ikke måler samme værdi for *x* hver gang, man måler.
- $\Delta x = 0$ kræver $\Delta p_x \to \infty$ og omvendt.
- den klassiske determinisme fremkommer for $h \to 0$.
- da Δp for makroskopiske legemer i praksis er uendeligt stor sammenlignet med $\hbar$, og Δx dermed i praksis nul sammenlignet med det makroskopiske legemes udstrækning, har udtryk (1.17) kun praktisk betydning for partikler på mikroskopisk skala.

Det er afgørende at forstå, at udtryk (1.17) angiver en *principiel* nedre grænse for den nøjagtighed, hvormed man samtidigt kan bestemme position og bevægelse.
Udtryk (1.17) gælder således også i det hypotetiske tilfælde, hvor man havde ideelt måleudstyr til sin rådighed, som kunne måle uden nogen form for måleusikkerhed!
Langt, langt de fleste eksperimenter vil således være domineret af måleusikkerheder, der er langt større end denne principielle nedre grænse.
Det er således ikke et spørgsmål om vi menneskers manglende evne til at bestemme $\vec{r}$ og $\vec{p}$, men at $\vec{r}$ og $\vec{p}$ simpelthen ikke er fastlagt…

En elektron er en partikel, i den forstand at den (så vidt vides) ikke har nogen udstrækning, men forsøg til bestemmelse af en elektrons position gentaget under *nøjagtig* de samme betingelser, vil give forskellige resultater, som ikke kan forudsiges!
Vi kan forudsige sandsynligheden for at finde elektronen forskellige steder i rummet, men ikke på forhånd sige, hvor vi vil finde den, og dermed er udtrykket ’elektronens position’ et i bund og grund meningsløst levn fra den klassiske determinisme, hvor et mekanisk system blev betragtet som et, i hvert fald i princippet, forudsigeligt urværk.

Derfor giver det i bund og grund heller ikke mening at beskrive atomare elektroner ved deterministiske planetbaner!
Elektronen bevæger sig ikke som en partikel i en deterministisk bane, men befinder sig som en bølge mange steder på én gang.

At kalde fysikken for en 'eksakt videnskab' er således lidt af en tilsnigelse, eftersom det kun er sandsynligheder, vi er i stand til at forudsige…
Det er derfor, man taler om "det kvantemekaniske uforudsigelighedsprincip".

Man hører indimellem det kvantemekaniske uforudsigelighedsprincip forklaret ved, at enhver måling indebærer en forstyrrelse af det målte: F.eks. kan man kun studere et legeme i et optisk mikroskop ved at belyse det og studere det reflekterede/transmitterede lys, og dette lys forstyrrer legemet.
Men sådanne forstyrrelser kan man korrigere for:

- Ved måling af afstanden til månen vha. laserlys kan man korrigere for impulsoverførslen fra lysstrålen til månen.
- Ved måling af badevands temperatur kan man regne tilbage fra den målte ligevægtstemperatur.

Så det er ikke det, kvantemekanisk uforudsigelighed handler om!
Ifølge kvantemekanikken indvirker målinger nemlig forstyrrende på *uforudsigelig* vis, sådan at vi ikke kan regne tilbage igen og eks. sige, hvor elektronen var henne, før vi målte dens position.

Bemærk, at i det øjeblik vi på en elektron måler partikelegenskaben position, så tvinger vi elektronen til at opføre sig som en partikel og materialisere sig ét bestemt sted.
Men elektronens bølgeegenskaber gør, at denne position ikke kan forudsiges eksakt.

Måling af en elektrons position forstyrrer således elektronen, sådan at den på uforudsigelig vis materialiserer sig et sted i rummet.

Før vi målte elektronens position, var den mange steder på én gang (nogle steder mere end andre), og først i det øjeblik vi målte dens position, materialiserede den sig på uforudsigelig vis et bestemt sted…

Københavnerfortolkningen

Denne anti-deterministiske fortolkning af det kvantemekaniske uforudsigelighedsprincip kaldes ”Københavnerfortolkningen” til ære for Niels Bohr, som i slutningen af 1920’erne stod fadder til dens formulering.

Albert Einstein var et dybt religiøst menneske og kunne ikke forliges med det gudløse tilfældighedsaspekt.

Han og Bohr, som var nære venner, havde derfor mange heftige diskussioner herom, og Einstein forfægtede til sin død i 1955, at der måtte eksistere en underliggende determinisme; eks. i form af to andre bevægelses-variable end $\vec{r}$ og $\vec{p}$, som godt ville kunne bestemmes samtidigt med vilkårlig stor nøjagtighed.

Igennem årene ville Einstein således over for Bohr fremsætte det ene tankeeksperiment efter det andet, som skulle illustrere absurditeten i Kbh.-fortolkningen, men hver gang ville Bohr, i hvert fald ifølge ham selv, skyde det ned.

En tænkt ordveksling kunne således have lydt noget i retning af:

AE: ”Jeg ved godt, at vi ikke kan bestemme elektronens position, men lad os nu antage, at den er her.”

NB: ”Jamen kære lille Albert! Det, du foreslår, er meningsløst; elektronen er ingen steder, førend vi måler dens position.”

AE: ”Gud spiller ikke med terninger!”