Opgave 3

En kuglesymmetrisk elektrostatisk ladningsfordeling med radius a giver anledning til et elektrisk felt, der er rettet radiært ud fra fordelingens centrum. I afstanden r fra dette centrum har feltet styrken

$$E = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 a^2}\left(5\,\frac{r}{a} - 3\left(\frac{r}{a}\right)^3\right) \qquad \text{for } r < a$$

og

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \qquad \text{for } r > a\ ,$$

hvor Q er fordelingens samlede ladning. Ladningsfordelingens ladningstæthed er

$$\rho = \frac{15Q}{8\pi a^5}(a^2 - r^2) \qquad \text{for } r < a$$

og 0 ellers.

(a) Begrund, at det elektriske felt er rettet som angivet, og eftervis udtrykkene for dets styrke på baggrund af oplysningerne om ladningstætheden.

(b) Det elektriske potential sættes til 0 i det uendeligt fjerne. Bestem potentialets værdi ved fordelingens overflade, $V(a)$, og i fordelingens centrum, $V(0)$.

Koncentrisk med den kuglesymmetriske ladningsfordeling anbringes nu en kugleskal med indre radius b og ydre radius c, $a < b < c$. Denne skal bærer en positiv ladning Q_s, som er jævnt fordelt i skallen. Den oprindelige ladningsfordeling med radius a antages uændret.

(c) Bestem det totale elektriske felt inden for såvel som uden for kugleskallen, dvs. bestem det totale elektriske felt for $r < b$ og for $r > c$.

Opgave 4

En elektron med ladning $q = -e$ og masse m bevæger sig i et område af rummet, hvor der er et magnetfelt såvel som et elektrisk felt. Begge felter er konstante og homogene og rettet langs z-aksen i et sædvanligt retvinklet koordinatsystem, dvs. $\mathbf{B} = B_0\hat{\mathbf{z}}$ og $\mathbf{E} = E_0\hat{\mathbf{z}}$ hvor B_0 og E_0 er positive konstanter og $\hat{\mathbf{z}}$ en enhedsvektor i z-aksens positive retning. Til tiden $t = 0$ befinder elektronen sig i punktet $(x, y, z) = (d, 0, 0)$ og har hastigheden $\mathbf{v} = (0, v_0, 0)$, hvor $d > 0$ og $v_0 > 0$.

(a) Opskriv kraften på elektronen til $t = 0$. Beskriv dernæst i ord dens bevægelse for $t > 0$. Bestem endelig koordinaterne til elektronens position, når dens x-koordinat første gang efter $t = 0$ atter er d.
(Hvis du kender relativitetsteori: der skal regnes urelativistisk her.)